Sulla recente questione intorno alle dimensioni dello spazio.

§ 1. Storia e bibliografia. — § 2. Esame del soggetto. — § 3. Possibilità e convenienza dell'ipotesi di una quarta dimensione. — § 4. Continuazione del precedente. Applicazioni. — § 5. Necessità dell'ipotesi. — § 6. Conclusione (1).

I.

Il problema dello spazio fu agitato per molto tempo dalle menti umane; e dai primi filosofi Greci e dai Padri della Chiesa, dagl'idealisti e dai realisti, dal Kant e dai positivisti moderni. Ma tali studî restarono per lo più limitati, in una cerchia ristretta di persone; se ne occuparono, si può dire, soltanto i filosofi ed i pensatori. Ai profani poco importavano le ricerche e le dispute sulla oggettività e soggettività dello spazio e le altre quistioni su questo difficile argomento.

Se non che menarono molto scalpore, e specialmente nella dotta Germania, le dottrine, che il prof. MACH insegnava nel 1864 dalla cattedra di Praga, e l'opuscolo

(1) La prima parte di questo lavoro è costituita, in sostanza, dal manoscritto di una conferenza sulla IV^a dimensione, da me tenuta, il giorno 8 gennaio 1886, all'Università di Vienna. Ora la riproduco, quasi integralmente. — Nella seconda parte pubblicherò alcune altre mie considerazioni speciali.

pubblicato nel 1876 dal prof. Gian Carlo Federico Zöllner: *Sopra una teoria elettrodinamica della materia.*

Si trattava pure una quistione sullo spazio; cioè della polidimensionalità — mi si permetta l'espressione — dello spazio stesso; ossia, che lo spazio potesse avere, oltre le tre dimensioni di lunghezza, larghezza ed altezza, ancora una quarta.

La cosa sembrò in sul principio davvero incredibile e paradossale. Il giornalismo non mancò d'assalire questa ipotesi colle facili armi del ridicolo. Ma, pure, considerando che forse tale fu la sorte di tutti gli arditi innovatori del campo delle scienze, parvemi prezzo d'opera il dare un breve sguardo alla cosa; e questa fu l'occasione che mi mosse a scrivere il lavoro presente.

L'idea che vi esistessero nello spazio più di tre dimensioni non era però del tutto nuova. Già Lotze nella sua Metafisica insegnava che lo spazio avesse un numero infinito di dimensioni; ma poggiava questo asserto su principî che considerati rigorosamente e dal lato matematico sono semplicemente assurdi.

Ma prima ancora di lui fu nominata la quarta dimensione e, per un caso curioso, precisamente da alcuni filosofi mistici, commentatori della Bibbia. Il passo di S. Paolo (Eph. 3, 5, 18), dove, parlando dell'amore di Cristo, dice: ἵνα ἐξισχύσητε καταλαβέσθαι σῦν πᾶσι τοῖς ἁγίοις, τί το πλάτος, καί μῆκος, καὶ βάθος καὶ ὕψος, — affinchè possiate comprendere con tutti i santi, quale sia la larghezza, la lunghezza, la profondità e l'altezza — col paralello in Giobbe, (Hiob. 11, 5, 7-9): ἀλλὰ πῶς ἂν ὁ Κύριος λαλήσαι πρὸς σέ, καὶ ἀνοίξει χείλη αὐτοῦ μετὰ σοῦ;.... Ἢ ἴχνος Κυρίου εὑρήσεις, ἢ

εἰς τὰ ἔσχατα ἀφίκου ἃ ἐποίησεν ὁ Παντοκράτωρ; Ὑψηλὸς ὁ οὐρανός, καὶ τί ποιήσεις, Βαθύτερα δὲ τῶν ἐν ᾅδου, τί οἶδας; Ἡ μακρότερα μέτρου γῆς, ἢ εὔρους θαλάσσης; questi passi, dico, furono variamente spiegati ed illustrati dagli scrittori ecclesiastici. E fra le diverse interpretazioni troviamo in una di Salomone Glassio (dom. XVI p. trin. p. 503) riferibilmente al primo citato di San Paolo: *...secundum* quatuor *dimensiones delectionem Christi quasi metitur.*

Però è facile rilevare che queste *quattro dimensioni* sieno più fittizie che reali. Perchè egli invero non ne nomina che tre, essendo l'altezza e la profondità una sola dimensione verticale, considerate sotto due diversi aspetti. Quindi questa interpretazione [1] ha soltanto un'importanza bibliografica, perchè, cioè, qui vengono nominate per la prima volta quattro dimensioni; mentre, in realtà, nessun nuovo concetto viene introdotto nella nozione dello spazio.

Così pure troviamo un grande numero di passi che accennano alle quattro dimensioni della croce di Cristo; mentre una croce coi suoi quattro bracci determina per noi, astraendo dalla grossezza, due sole dimensioni: la larghezza (destra e sinistra) e la lunghezza (sopra e sotto) [2].

(1) Citata dallo Zöllner: « *Die Wissenschaft und die christliche Offenbarung*, populäre Beiträge zur Geschichte und Theorie der vierten Dimension. Leipzig, Staackmann. p. 601, 604 e segg.

(2) Chi volesse dilettarsi di tali confronti, vegga la monografia di O. Zöckler *sulla croce di Cristo* (Güttersloh, 1875) indi Zöllner: op. cit. (nelle « Abhandlungen », III v., p. 577 e segg.), e ancora gli articoli: *Zur Geschichte der vierten Dimension* di G. C. Wittig, pubblicati nell'annata del 1884 nei « Psychische Studien » redatti da A. Aksakow, di Pietroburgo (ed. Mutze, Lipsia).

Tutte queste vecchie idee dello spazio tetradimensionale si basano, come vedemmo, sull'uso della parola dimensione in un significato che non è più il nostro ed è per noi, geometricamente, erroneo.

Però — sempre a proposito del sopra detto passo di San Paolo — sembra che un certo FRICKER (1) alluda più chiaramente alla quarta dimensione. Egli suppone che l'Apostolo indichi con ὕψος veramente una nuova dimensione, dacchè non avrà certo nominata una due volte; e la chiama quella dell'*intensum*; in contrapposizione della *extensum* formato dalle tre altre (2).

Noi non possiamo formarci un'idea di questa, se non ci viene schiuso un apposito sensorio (3): il nostro mondo si estende in questa direzione invisibile ed è probabile che abbia tutta un'altra figura ed estensione, di quella che ha per noi (4).

Isolato e lontano da questa corrente d'idee, che produce un lento svolgimento del concetto spaziale e che si connette collo sviluppo del commento al sovraccennato passo biblico, merita ancora d'essere menzionato il filosofo e mistico inglese HENRY MORE (5). Egli trattando, nella sua

(1) Nato nel 1729 e, dopo avere studiato matematica e teologia a Tubinga, pastore protestante a Dettingen sotto l'Urach.

(2) *Johann Ludwig Fricker. Ein Lebensbild aus der kirchlichen Geschichte des 18 Jahrh.* herausgegeben von Karl Chr. Eberhard Ehmahn. Pfarrer zu Unterjesingen (neue Ausgabe. Heilborn 1872. Ad. Scheuerlen — p. 314-317.

(3) Op. cit. p- 315.

(4) Op. cit. p. 316.

(5) Nato nel 1614 a Grantham, studiò all'università di Cambridge. Su di lui s'è occupato il prof. ROBERTO ZIMMERMANN in una monografia intitolata: *Henry More und die vierte Dimension des Raumes*, inserita nei Rendiconti dell'imperiale Accademia delle scienze di Vienna (classe filosofico-lett., vol. LXXXIX p. 403 e segg.)

opera principale *Enchiridion metaphysicum* (pubblicata incompleta nel 1671) del problema *unionis animae cum corpore*, dice; che l'anima nostra occupa uno spazio ma che è tuttavia incorporea; così che la stessa ed il corpo sembrano, coesistendo, di compenetrarsi in uno stesso luogo, mentre, in realtà, l'anima occupa un altro spazio incorporeo, si estende in una quarta dimensione, accanto allo spazio tridimensionale occupato dal corpo. Così che un luogo occupato (nella 4ª dimensione) da uno spirito resta vuoto (nelle altre 3) per il corpo, ma non è vacante per un altro spirito. Eppoi soggiunge:

« *Ubicumque vel plures vel plus essentiae in aliquo Ubi continetur, quam quod amplitudinem huius adaequat, ibi agnoscitur quarta haec dimensio quam appello spissitudinem essentialem* » (1)

Questi sarebbero i precursori di Zöllner e di Mach, quelli che presentirono più o meno vagamente la possibilità di una riforma, di un ampliamento del concetto della dimensionalità dello spazio.

Ma il merito d'aver posto per primo in chiaro tale questione spetta al sommo filosofo Kant. Sulle sue idee della dimensionalità dello spazio or non ci dilunghiamo, ma basterà dire che egli ancor nei suoi anni giovanili (2) ha dimostrato:

1º Che la proprietà che noi attribuiamo allo spazio, di estendersi in tre dimensioni dipende dalle qualità inerenti al nostro essere, e precisamente dal fatto che le

(1) *Enchiridion metaphysicum*, Cap. 28 § 7.
(2) Nel 1747, avendo 23 anni.

sostanze, nelle loro relazioni reciproche ed in quelle verso di noi, che siamo anche una parte del mondo esistente, ci manifestano forze che agiscono in ragione inversa del quadrato delle distanze. Ma che, cambiate le circostanze, p. e., se Dio avesse scelto la tripla ragione inversa, allora sarebbe risultata un'estensione di altre proprietà e dimensioni.

2° Che è possibile che esistano spazi di altre dimensioni e che anzi è verisimile che Dio li abbia prodotti in qualche luogo (3).

Vediamo ancora formarsi una nuova corrente nel campo delle matematiche, al principio di questo secolo. *Gauss, Riemann*, Giovanni *Bolyai*, *Lobatschewsky* e tanti altri moderni, creano la geometria *non euclidea.* Cioè dànno un nuovo indirizzo a questa scienza, partendo dal principio che gli assiomi della geometria di Euclide non sono necessità logiche, non sono analiticamente un *a priori* ; e, poichè essi appaiono necessarî soltanto avendo riguardo all'organizzazione del nostro potere intuitivo, ma non rispetto alla logica, sono meramente soggettivi. Questa geometria è indipendente da questi assiomi particolari che condizionano la nostra percezione spaziale: essa vale tanto nel caso che sono veri quanto se fossero falsi. Uno fra questi è, ora, anche la tridimensionalità del nostro spazio. E perciò vediamo studiare formule analitiche che rappresentano relazioni in spazî di un numero maggiore di dimensioni. Non che con ciò si affermi

(3) Kant's Werke. Vol. V p. 25. : *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte*, § 9 — § 11.

l'esistenza oggettiva di tali spazî: si dà intanto ai vocaboli « spazio » e « dimensione » un significato più ampio, cioè quello di una moltiplicità (Mannigfetligkeit) particolare e del suo ordine.

Accanto a questo movimento delle idee matematiche si svolge una corrente filosofica, concorrente a risultati analoghi. Vedemmo infatti il Lotze affermare la polidimensionalità dello spazio. Ma chi veramente trattò con calore la questione fu il geniale Zöllner, professore d'astrofisica all'Università di Lipsia. Cominciando dal suo lavoro « Elementi di una teoria elettrodinamica della materia » (1876) e poi, mano a mano, nei primi quattro tomi della « Wissenschaftliche Abhandlungen » le sue dottrine, svolte con una grande vivacità e con uno stile brillante, produssero grandissima impressione. Egli pel primo trattava scientificamente e sperimentalmente il soggetto e quindi proponeva l'ammissione di una quarta dimensione dello spazio come un'ipotesi per spiegare l'incalzante problema dello spiritismo.

Il Prof. Ulrici, Wundt, Dreher e Hoffmann nella « Zeitschrift für Philosophie (1) » il prof. Stumpf e lo Spir nelle « Monatshefte für Philosophie » (2) discussero chi pro chi contro queste teorie. Vi s'aggiunsero altre opere (3): così che fu scritta sull'argomento una piccola biblioteca.

(1) Vol. 74 — 77.

(2) Vol. 14 e 15.

(3) E. Dreher: *Die vierte Dimension des Raumes*; Halle, 1879.

Dr. Ed. Wegener: *Zum Zusammenhang von Sein und Denken, ein* Beitrag zur Theorie einer vierten Raumdimension: Liepzig Munze 1879.

F. Michaelis: *Ist die Annahme eines Raumes mit mehr als 3 Dimensionen wissenschaftlich berechtigt?* Eine an Prof. Zöllner

II.

Più volte e da diversi filosofi furono date definizioni dello spazio e potremmo riportarne qualcuna; se non che il discorrere su questo punto pieno di controversie ci porterebbe in mezzo ai più difficili campi della metafisica. Cercherò, invece, di attenermi il più strettamente possibile all'argomento propostomi: per cui tratteremo più tosto della dimensionalità dello stesso spazio. E constateremo, anzi tutto, il fatto, che noi percepiamo e ci rappresentiamo costantemente uno spazio tridimensionale o, meglio, oggetti di tre dimensioni. Cioè nello spazio che noi percepiamo si possono tirare per un punto tre e soltanto tre rette tagliantisi reciprocamente ad angolo retto. Queste rette segnano tre direzioni, che noi nominiamo lunghezza, larghezza e altezza — ovvero profondità, grossezza, secondo i casi — e sono quelle che nella geometria analitica si chiamano di solito l'asse della X, della Y, della Z, in un sistema ortagonale: osservando che è affatto arbitraria la nomenclatura; per cui possiamo, se ci piace, scambiare un

gerichtete Frage. Freiburg, Wagner 1879.

U. Wirth: *Herrn prof. Zöllner's Hypothesen intelligenter 4 dimensionaler Wesen* ecc. Leipzig. Mutze, 1878, 3. ed.

C. Richter: *Prof. Zöllner's Hypothese einer vierten Dimension des Raumes durch Vernunfts gründe und Thatsachen widerlegt.* Leipzig, Wagner, 1880.

In oltre gli articoli del Prof. Mach nel *Giornale di Matematica* dello Schlömilch, nelle annate 1863 al 1864; Bruno Erdmann, Quaeckbäcker, Bresch (*Der Chemismus, Magnetismus und Diamagnetismus im Lichte mehrdimensionaler Raumanschauung*, Leipzig, 1882) ed altri hanno pure parlato in proposito.

asse con uno qualunque dei due altri; e così noi possiamo girare o inclinare un oggetto, o supporlo in una posizione tale, che ciò che era prima lunghezza diventi larghezza od altezza e viceversa. Ma ciò non toglie il fatto che per il punto centrale (di solito denominato O) passano sole tre perpendicolari e che ogni oggetto si estende in tre direzioni. Così anche la più esile foglietta metallica avrà pure una certa grossezza, per cui oltre la lunghezza e la larghezza avrà ancora una terza dimensione; e così un sottilissimo filo sarà sempre un cilindro, che oltre un'altezza (h), che è molto più considerevole, possiede una base minimale (di raggio r, supponiamo), per cui avrà un volume ($hr^2.\pi$), dunque s'estenderà in tre dimensioni; e così, infine, anche la molecola più infinitesima, anche l'atomo fisico, saranno corpi che hanno il loro volume tridimensionale.

La matematica parlando di superficie, che hanno solo due dimensioni, di linee con una e di punti con nessuna, si serve di concetti astratti. Cioè immagina un corpo, la cui grossezza, diventando sempre più piccola, arriva finalmente ad essere minore di qualunque quantità immaginabile, arriva a scomparire (1). Questo corpo così degenerato in superficie si suppone che continui ancora a restringersi e cioè la sua larghezza decresce tanto finchè la perde,

(1) Qui è implicato il concetto dello zero come limite di quantità decrescenti infinitamente: e questo è fondamentale nell'analisi. Noi percepiamo pur sempre corpi che vanno mano a mano assottigliandosi e *poniamo* per loro limite questo concetto astratto.

Sul modo di concepire il *divenire* del finito, proprio del calcolo infinitesimale, ritorneremo nella seconda parte di questo lavoro.

ed allora da una superficie con larghezza piccolissima si passa ad una linea che non ha più che una sola dimensione, la lunghezza. Supponendo, da ultimo, che questa linea, già così sottile da non avere più alcuna larghezza, ma sola lunghezza, s'accorci sempre più, arriveremo in fondo a qualche cosa che non avrà più nè lunghezza, nè larghezza, nè altezza, ma che pure, se è qualcosa, si chiama il punto matematico (1).

È facile vedere, che questi concetti matematici, per quanto esatti, non possono essere immaginati compiutamente da noi. Noi dobbiamo percepire e immaginare sempre corpi tridimensionali, ripeto. E questo è il fatto, che abbiamo voluto costatare.

Per rispondere ora alla domanda, come siamo pervenuti a questa intuizione e nozione spaziale, bisogna osservare che l'idea, che noi abbiamo dello spazio deve avere un sottostrato empirico. Se non avessimo la sensazione delle cose, il fenomeno, non avremmo certamente nemmeno la nozione dello spazio, che le comprende.

Ma oltre questo fondo empirico, v'è un altro fattore che entra nella formazione di questo concetto, un elemento aprioristico, dovuto alla legge di causalità. E, difatti, noi dobbiamo ammettere, che la relazione spaziale fenomenica abbia una radice reale nelle proprietà reciproche delle cose. Però che le cose ci si manifestano in certi modi relativi, in cui la quantità variabile dipende dalla struttura del nostro organismo, ma la costante resta la cosa stessa.

(1) Dissi *se é qualcosa*, perchè fisicamente e formalmente il punto matematico è nullo. Soltanto dandogli un contenuto, o, come diremo più tardi, un'*intensità* o *intensione*, esiste.

Adunque la nozione dello spazio varierà col modificarsi dell'organismo che ne percepisce le relazioni, restando sempre costante ciò che produce in genere l'idea dello spazio, lo spazio per sè stesso, lo spazio assoluto.

Il modo con cui noi arriviamo all'idea dello spazio giova essere esaminato. È merito della moderna fisiologia aver dimostrato che tutti i sensi contribuiscono qual più, qual meno a questa nozione. Imperocchè ogni irritazione dei nervi periferici produce in fine una sensazione, che viene proiettata nel *fuori di me,* localizzata, riconoscendo lo stimolo, che la cagiona. Nel sentire un suono o un odore, abbiamo la percezione del corpo vibrante e dell'onde sonore, dell'effluvio delle molecole che, natanti per l'aria, ci portano l'olezzo di un fiore: e riconosciamo qualcosa al di fuori del nostro corpo come causa della sènsazione. Ma più di tutti concorrono a questo scopo il senso del tatto e della vista. E così la grandezza apparente di un oggetto, il grado d'ombra o d'illuminazione, la prospettiva aerea, per cui gli oggetti più distanti acquistano delle tinte sbiadite, e azzurrognole come i monti lontani, sono tanti segni da cui ora noi interpretiamo le diverse relazioni spaziali degli oggetti. Anche il sentimento dello sforzo per l'accomodazione e quello dei movimenti della testa e del corpo, nonchè l'uso contemporaneo d'entrambi gli occhi, ci forniscono varî criterî, donde giudichiamo delle distanze che ne separano dalle cose.

Ora, noi possiamo supporre che queste nostre proprietà dell'organismo, a cui è collegata la percezione dello spazio tridimensionale, sieno congenite a tutta la specie umana e animale, com'è secondo le dottrine nativistiche; oppure,

seguendo lo spirito del nostro tempo che vede dovunque una lenta e successiva evoluzione, possiamo più facilmente essere indotti a credere, che queste qualità del nostro organismo, non sieno innate e rimaste tali, già belle e formate e rigidamente stabili; ma si sieno perfezionate colla esperienza e col lungo avvicendarsi dei tempi. E questa opinione ci viene confortata dai fatti seguenti:

Diverse relazioni di ciechi-nati che ottennero la vista dopo un'operazione ci vengono riportate (1) e fra le altre quelle dei casi, oramai celebri nella fisiologia, dei dottori Chesselden, Wardrop (2), nonchè quella del Dott. Franz; senza nominare quelle di Beer, Janin, Ware, Platner — citato nelle opere di Hamilton e John Stuart Mill — e, infine, quelle di Nunneley (3), che il prof. Stumpf nel suo libro *Sull'origine psicologica della rappresentazione spaziale,* giudica la più esatta. Orbene, tutti questi ciechi-nati, dopo l'operazione, vedevano soltanto superficie estese, nelle quali si movevano le figure degli oggetti. Nei casi di Chesselden e Nunneley, i pazienti credevano che le cose stessero loro aderenti agli occhi, come prima le cose che sentivano erano in contatto colle mani. A quello operato da Franz, le cose sembravano piatte: cioè, egli non ne comprendeva i rilievi; una piramide, vista da una parte, credeva essere assolutamente un triangolo e così via. In-

(1) *Philosophical Transactions.* Anno 1728, 1824, 1841. Cfr. Drobisch, *Empirische Psychologie.* Leipzig, 1842, pag. 105 e segg.

(2) Si trovano citate nel *Lehrbuch der physiologischen Optik* di Helmholtz.

(3) *On the Organ of Vision.* 1850: questa il prof. Stumpf (nel suo libro sull'*Origine psicologica della rappresentazione spaziale*) giudica la più esatta.

somma non sapeva apprezzare le distanze, non conosceva la terza dimensione. — Quando riflettiamo che veramente le immagini sulla nostra retina sono anche bidimensionali, potremmo accettare l'opinione emessa da diversi psicologi moderni, che, cioè, la terza dimensione acquistiamo appena più tardi, quando con il confronto delle impressioni del fatto con quelle della vista impariamo ad interpretare convenientemente i segni, che ci dànno i singoli sensi (1).

Poichè anche i ciechi operati avevano le stesse impressioni ottiche che noi, ma, come osserva Wardrop, non sapevano adoperare le informazioni ottenute dal nuovo senso e compararle con quelle, cui erano usati ottenere mediante il tatto. Adunque non bastano i soli segni che otteniamo dalla eccitazione dei nervi, ma bisogna ancora sapere interpretare queste sensazioni come relazioni spaziali, locchè suppone un lavoro psichico; il quale viene, naturalmente, perfezionato dalla pratica (2). Così la detta rappresentazione spaziale sarebbe legata in stretto nesso con tutto il processo evolutivo, per cui si sviluppa progressivamente il nostro organismo fisico e, di pari passo, anche l'assieme psichico, il nostro sentire, il pensare.... Ora se noi potremo in avvenire perfezionarci in modo da venir schiusa alla nostra percezione un'altra dimensione e venir così ampliato il nostro spazio, è una questione del tutto diversa, la cui soluzione dev'essere lasciata ai posteri.

(1) Quest'opinione è condivisa da HELMHOLTZ (*Physiologische Optik*, pag. 797): « Die Auschauung der Raumvorstellung ist nicht aus der Gesichtswahrnehmung (allein) herzuleiten... aber auch unter Vermittlung des Tasteinnes ».

(2) E lo stesso HELMHOLTZ (op. cit.) « Non può immaginarsi come singole eccitazioni nervee, senza una esperienza precedente, possano recare una pronta rappresentazione spaziale. »

III.

Lasciando da parte queste ed altre simili investigazioni, che entrano nel campo della psicologia torniamo al nostro postulato: che la nozione dello spazio ha una doppia radice, cioè una subbiettiva, dovuta al fenomeno e un'altra obbiettiva, dovuta al noumeno, alla cosa in sè e per sè. In altri termini: Le cose, per sè stesse, hanno una proprietà costante e immutabile, che noi percepiamo come relazione spaziale tridimensionale.

Ora la stessa proprietà potrebbe produrre in altri organismi diversi dei nostri, impressioni affatto diverse; così che anche l'idea, che per loro ne conseguirebbe, di ciò che noi chiamiamo « spazio », potrebbe essere del tutto alterata. Basta, adunque, ammettere la possibilità ch'esistano organismi diversi dai nostri, che ne viene di naturale conseguenza la possibilità di nozioni spaziali diverse dalle nostre, e quindi anche polidimensionali.

Cioè non si può dimostrare l'impossibilità che per alcuni esseri più o meno perfetti di noi, lo spazio si manifesti più o meno perfettamente: cioè esteso in un numero di dimensioni maggiore o minore di quello con cui a noi si presenta. Resta adunque fissa la possibilità di uno spazio polidimensionale: senza che l'inettitudine del nostro pensare di intuire lo spazio con un numero di dimensioni diverso da tre rechi alcun inciampo o nocumento a questa possibilità. — Giova insistere su questo punto, perchè è di una importanza assai grande pel nostro tema.

Ora il Prof. Zöllner propone di ammettere una quarta dimensione dello spazio e dimostra con le considerazioni seguenti la convenienza di tale ipotesi (1).

Supponiamo, per un momento, che noi avessimo una percezione del solo spazio bidimensionale; come forse l'avranno i bambini, nelle loro prime localizzazioni delle sensazioni e come l'avevano di certo i ciechi operati da Chesselden, Wardorp ecc., di cui discorremmo poc'anzi. Allora su questo nostro spazio bidimensionale, su questa vasta superficie, sulla quale noi vedremmo agitarsi le forme delle cose esterne; su questo spazio, ripeto, osserveremmo dei fenomeni, che ci arrecherebbero delle patenti contraddizioni fra alcune necessità logiche e le nostre rappresentazioni — così ristrette — dello spazio. P. es. noi vedremmo alcune cose, che si muovessero allontanandosi o avvicinandosi a noi — impicciolirsi o ingrandirsi, mentre pur dovremmo persuaderci che le cose stesse non hanno subito alcun cangiamento reale. — Noi toglieremmo questi paradossi appena introducendo la terza dimensione, nella nostra rappresentazione spaziale. Così pure io so che due triangoli sono perfettamente eguali fra di loro, identici; giudicando, secondo un criterio logico, dalla grandezza e dalla posizione relativa degli elementi di ciascheduno. Ora il criterio intuitivo secondo il senso, per la congruenza di queste due figure consiste nella possibilità che due tali triangoli si coprano esattamente, combacino. Così che noi ci accertiamo che

(1) Queste considerazioni si trovano nel I volume delle « *Wissenschaftliche Abhandlungen* » dello Zöllner, pubbicato a Lipsia (1878); da cui è ricavata la presente esposizione fino al § 4.

ognuno di questi triangoli, posto in una stessa posizione in rapporto al nostro occhio, produce in noi la stessa impressione, lo stesso effetto.

Questo processo rappresentativo è però essenzialmente diverso secondo chè i due triangoli sono *a simmetrici* (fig. 1), oppure *simmetrici* (fig. 2) nel piano. Affine di eseguire questo coprimento bisogna ammettere nel primo caso un semplice spostamento (traslazione) dei triangoli, nel secondo invece la possibilità di girarsi, quindi — nel caso che l'asse della rotazione non sia solamente un punto, ma una linea — la possibilità che uno dei triangoli esca *fuori* del piano (1).

fig. 1
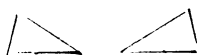
fig. 2

Adunque per far concordare in ogni caso le leggi geometriche di uno spazio bidimensionale coll'intuizione: cioè per togliere la contraddizione tra oggetti identici per la ragione ma diversi empiricamente e per l'intuizione è necessario che nella nostra mente si sia già formata la nozione di uno spazio che abbia una dimensione di più, che l'originaria bidimensionale.

Noi dunque siamo arrivati ad uno spazio tridimensionale; e dovremmo fermarci definitivamente in questo qualora nuove contraddizioni fra il senso e la ragione non ci consigliassero ad ampliare ancora l'idea spaziale.

(1) Si può obbiettare che l'ammissione di una nuova dimensione non è necessaria quando si ammette che, oltre che traslazioni, possono aver luogo rotazioni attorno un punto, nel piano. Però quanto si dice regge, quando si richiede una spiegazione per tutti i casi, e procedimenti, insomma tale che valga *sempre*.

Perchè, come nel piano, vi sono anche nello spazio differenze nei corpi che sono, per l'intelletto identici, ma sensibilmente così diversi fra di loro, da non si poter porre l'uno nel luogo dell'altro. Kant fu il primo a fermare l'attenzione su questi oggetti simmetrici; egli osserva: « Se due cose sono eguali in tutte le parti componenti, le quali vengono riconosciute in ognuna delle dette cose per sè (cioè in tutte le determinazioni spettanti alla grandezza e alla qualità), bisogna concludere che in tutti i casi si possono porre una in luogo dell'altra senza che questo scambio produca il menomo divario.... Or qual cosa, più della sua immagine nello specchio, v'ha che assomigli, che sia eguale in tutte le parti alla mia mano? Eppure io non posso porre una mano tale quale è veduta nell'immagine dello specchio in luogo dell'oggetto che la produce: perchè se questo era una mano destra quella dello specchio è una mano sinistra..... Fra queste due non v'ha alcuua differenza, cui potesse pensare l'intelletto; tuttavia vi sono delle differenze per quanto insegna il senso; giacchè la mano sinistra non si può racchiudere negli stessi confini della destra. Malgrado la loro reciproca eguaglianza, esse non possono essere congruenti; il guanto d'una mano non si può adoperare per l'altra. »

Lo stesso rapporto di un oggetto e la sua immagine nello specchio, di una mano destra e una sinistra lo troviamo nei cristalli (destroemiedrici o levoemiedrici), nelle chiocciole (attorte in senso destro o in senso sinistro) e in generale in tutti quegli oggetti che furono chiamati *corpi simmetrici*, o, da Naumann, *enantiomorfi* (destrorsi e sinistrorsi).

Se, adunque, il nostro mondo dovesse essere spiegato, cioè dovesse essere privo di queste contraddizioni tra i fatti dell'esperienza e le leggi logiche del pensiero; se, qui, noi dovessimo ammettere la possibilità di rappresentarci, anche sensibilmente, l'uguaglianza di questi oggetti simmetrici, dovremmo supporre che gli stessi potessero rivoltarsi in una nuova dimensione, in modo da risultare identici fra di loro dopo questo giro; analogo a quello di un triangolo bidimensionale nella terza dimensione. Adunque per conciliare, in questi casi, il senso colla ragione, bisognerebbe ammettere una quarta dimensione.

Ci possiamo dare un'idea del modo col quale dovrebbe manifestarsi nel nostro spazio il girarsi di un corpo simmetrico nella quarta dimensione, osservando che la posizione che un essere tetradimensionale dovrebbe prendere verso di noi, sarebbe analoga a quella che noi occuperemmo di fronte ad un essere bidimensionale. Quest'ultimo vedrebbe sempre soltanto la projezione delle cose in un piano, rappresentante il suo spazio: e supponendo che un triangolo si giri nello spazio intorno alla propria base, vedrebbe la superficie projettata da questo triangolo impicciolirsi, scomparire — nel momento in cui il piano del triangolo è verticale a quello del piano di projezione — poi ricomparire, ridivenir grande e infine uguale a quello di prima ma simmetrico — quando i due piani sono nuovamente paralleli. — Così, se potesse venir tramutato un corpo pel suo contrario simmetrico — senza decomporlo — i fenomeni transitori consisterebbero in un impicciollimento graduato dell'oggetto, in uno scomparire momentaneo, ed in fine in una successiva riapparizione.

IV.

Ora, ad ogni modo, può essere fatta questa domanda. Siccome prima (II) fu stabilito il fatto che noi percepiamo sempre tre dimensioni, non sarebbe forse questa tridimensionalità una nota per avventura tanto importante e così intimamente connessa col concetto di spazio, che annullando questa condizione, cioè aggiungendo o togliendo una dimensione, il concetto stesso venisse distrutto nella sua essenza? In altri termini, un'ampliazione, o una restrizione dello spazio, sarebb'ella un fatto che starebbe in contraddizione con le nostre cognizioni scientifiche, o per lo meno non recherebbe un'alterazione deleteria e profonda all'edifizio del nostro sapere.

Però — si risponde — la considerazione degli spazi bi- e mono-dimensionali viene già fatta dalla geometria del piano e della linea: e questi si considerano non solo possibili, ma come parti della geometria del nostro spazio; e i punti, le linee, i piani astraendoli dallo stesso, ce li figuriamo pure in esso. — Così pure un ampliamento del concetto dello spazio, per questo riguardo, non mancherebbe di naturalezza. Il nostro, non che in opposizione vi starebbe in analogia, come parte dello stesso. Noi avevamo considerato il passaggio di un corpo ad una superficie, di una superficie ad una linea, ad un punto, supponendo che in questo moto regressivo andassero perdute mano a mano tutte e tre le nostre dimensioni. Ora possiamo riguardare la cosa inversamente, cioè imaginare

la linea originata dal movimento di un punto, la superficie sviluppata dal moto di una linea in una direzione diversa dell'originaria, e così il corpo come uno spazio descritto dall'elevarsi di una superficie in una nuova dimensione. Questo sarebbe un moto progressivo di sviluppo, un aumentarsi del numero delle dimensioni; e proseguendo il corpo, così ultimamente risultato, a muoversi in una nuova dimensione, uscente dal nostro spazio, arriveremo al corpo tetradimensionale. Allora, come un punto, una linea, una superficie sono rispettivamente il limite, la sezione, la projezione di una linea, d'una superficie, d'un solido, così questo, un volume, sarebbe l'analogo limite, la sezione, la projezione di un corpo a quattro dimensioni (1).

Così pure vediamo che un opportuno ampliamento dei rapporti spaziali recò vantaggi incalcolabili anche alle altre scienze. La grande rivoluzione prodotta da Copernico nell'Astronomia, consiste in sostanza nella proiezione della superficie celeste nella terza dimensione: così che in luogo della vôlta serrata del cielo degli antichi, in luogo

(1) Per determinare e rappresentare questi corpi dovremo supporre, nella geometria analitica, quattro assi di coordinate cartesiane. Per un punto si potrebbero tirare qnattro rette reciprocamente perpendicolari. Il *radius vector* (r) di tal punto (x, y, z, w) sarebbe espresso da

$$r = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2 + w^2)}.$$

E così: Il contenuto d'un corpo quadridimensionale sarebbe espresso in generale dall'integrale quadruplo

$$\iiiint dx\, dy\, dz\, dw.$$

L'inviluero esterno di questi corpi sarebbe il volume; ecc.

Sulle relazioni geometriche in questi spazii tetradimensionali; e, specialmente, sui corpi regolari analoghi s'occuparono di recente molti matematici; però sarebbe superfluo il citare qui questi lavori.

del *firmamentum*, s'introdusse il concetto dello spazio etereo, libero da tutte le parti, nel quale si muovono tutti i pianeti e la terra.

Una cosa consimile accadde nella teoria del diamagnetismo, per le scoperte di Faraday. Weber ha mostrato che in luogo della distribuzione *superficiale* di due fluidi magnetici — proposta da Gauss quale ipotesi per spiegare gli effetti d'un magnete — si può supporre un movimento di particelle elettriche nell'*interno* del corpo; cioè in uno spazio che contiene tre dimensioni, anzichè due come le superficie esterne dei corpi. Per mezzo di questa rappresentazione spaziale più ampia e di questi movimenti di particelle elettriche viene spiegato contemporaneamente, oltre ai fenomeni magnetici, anche l'intero campo di fenomeni elettrici; e così si stabilisce un intimo nesso fra magnetismo e elettricità.

Anche nella chimica si può notare un analogo svolgimento: le diversità di proprietà fra sostanze eguali, per la loro composizione, si spiegano con la struttura diversa delle loro molecole, cioè col modo nel quale gli stessi atomi sono variamente aggruppati in quel complesso che si chiama molecola. — La posizione reciproca che prenderanno questi atomi nello spazio può essere rappresentata dalle relazioni di più punti equidistanti fra di loro. Ora le varietà dei modi di unire un dato numero di punti in uno spazio cresce col crescere del numero delle dimensioni che si attribuiscono a questo spazio (1). Cioè fra 2

(1) Interpretando la cosa geometricamente, si pongono invece delle unità (atomi) dei punti (a_i, a_k), le relazioni rappresentansi mediante le linee congiungenti questi punti: a_i a_k .

punti si può tirare una linea, 3 punti equidistanti (uniti da 3 rette) daranno il triangolo (piano) equilatero, 4 il tetraedro. Ora se per la chimica bastasse lo studio delle combinazioni che ammettono una varietà della disposizione atomica, che non sorpassa quattro modi possibili, essa sarebbe, per questo riguardo, spiegata sufficientemente dalla condizione della giacitura di 2, 3, 4 punti equidistanti, all'estremità di una retta, ai vertici di un triangolo e a quello di un tetraedro. Ma se occorressero cinque diversi aggruppamenti degli stessi atomi, il concetto del nostro spazio non soddisferebbe. Bisognerebbe ricorrere al corpo in cui vi hanno 5 punti equidistanti fra loro, cioè ad un corpo tetradimensionale: che sarebbe, nel nuovo spazio, l'analogo del nostro tetraedro, o ciò che pel piano è il triangolo equilatero (1).

A questa supposizione si attenne il Prof. Mach di Praga (2).

(1) Questo, e gli altri corpi regolari tetradimensionali, furono oggetto particolare di studi geometrici. Vedi nota 1, pag. 140.

(2) Vedi la sua: *Storia e origine del principio della conservazione del lavoro.* (ted.) 1872, pag. 29: « In uno spazio di tre dimensioni quando i punti sono in numero maggiore di quattro, il numero delle distanze immaginabili è maggiore di quello delle distanze realmente possibili in questo spazio. . . . . . » — « Questa difficoltà viene tolta immaginando la molecola di cinque atomi esistente in uno di quattro dimensioni.... » E più sotto: « Quanto più grande è il numero degli atomi in una molecola, altrettanto maggiore dee essere il numero delle dimensioni dello spazio, per realizzare tutte le combinazioni possibili ».

E ancora: « Il motivo per cui non si riuscì ancora a dare una teoria soddisfacente dell'elettricità, sta forse nell'aver voluto spiegare i fenomeni elettrici con processi molecolari attuantisi in uno spazio solamente tridimensionale » — pag. 35: « I miei tentativi di spiegare meccanicamente gli spettri degli elementi chimici, e la non-corrispondenza

Un altro esempio interessante, riferentesi alla cristallografia, ci vien pòrto dallo Zöllner nel I° tomo delle sue *Wissenschaftliche Abhandlungen.* Egli ricorda i cristalli comunemente chiamati emiedrici, cioè aventi metà del sistema di facce di una figura regolare. Vi hanno due forme emiedriche — p. es. quelle dell'ottaedro rombico conosciute sotto il nome di sfenoidi —, le quali si comportano fra di loro come un oggetto e la sua immagine nello specchio, come una mano destra e una sinistra, in breve, che sono di quei corpi simmetrici, di cui discorremmo al § III.; ed alcune sostanze — p. es. l'acido tartarico — si possono far cristallizzare tanto nell'una che nell'altra di queste forme: mostrando però in cadauna di queste proprietà fisiche e chimiche diverse.

In uno spazio di quattro dimensioni i cristalli destro e levoemiedrici ci apparirebbero uno stesso oggetto, visto da due parti: e così pure le diversità chimiche dipendenti dall'aggruppamento molecolare dei diversi atomi: e si potrebbe trasmutare la forma del cristallo e le qualità dell'uno in quelle dell'altro — senza decomporlo chimicamente — solamente cangiando la posizione spaziale dello stesso.

Da questi esempî si può concludere che la ipotesi di

della teoria con la pratica mi rafforzarono nell'opinione, che gli elementi chimici non debbano rappresentarsi in uno spazio di *tre* dimensioni ».

Mach concepì queste dottrine indipendentemente dai suoi precursori e contemporanei, e l'insegnò in due collegi, nell'anno 1864 65, all'Università di Praga.

Su questi studi si trovano notizie nel *Giornale di matematiche* dello SCHLÖMILCH (ann. 1863-64) ed in quello di *filosofia,* redatto originariamente da FICHTE (ann. 1865-66).

una quarta dimensione sarebbe, oltre che possibile, ancora conveniente: perchè conforme alle tendenze ed ai risultati del progresso delle altre scienze. Avendo veduto che nella chimica, nella fisica, nell'astronomia l'estendere l'idea dello spazio è molto profittevole; cioè si riuniscono e si concatenano meglio le singole nozioni tra di loro e se le coordinano più semplicemente in unità superiori.

Ma pure da questi confronti si potrà dimostrare la supposizione come probabile: giudicando coi principî logici. Cioè giudicando: 1° dal numero delle conseguenze dedotte da questa ipotesi e confermate dalla esperienza; 2° dalla semplicità e naturalezza della ipotesi. — Dalla concordanza della stessa con altre verità fondamentali.

L'ipotesi di uno spazio quadridimensionale gode di tutte queste proprietà; è probabile. Ma ancora non se ne può dedurre nulla di positivo, nè si ottiene alcun criterio definitivo per sciogliere il nodo della questione: s' ha d'ammettere o no questa quarta dimensione?

V.

Zöllner ha cercato di rendere necessaria la sua ipotesi, basandosi su alcuni esperimenti non ancora sufficientemente chiariti dalla scienza: cioè propose la quarta dimensione per spiegare i fenomeni spiritistici; col seguente ragionamento:

« Se vi sono dei fenomeni inesplicabili col nostro attuale complesso di nozioni, allora noi dobbiamo ampliare questo sistema di concetti con una ipotesi che concilii i fatti precedenti coi nuovi.

« Ora se nello spiritismo si verificano di tali fenomeni prodigiosi, allora *una* ipotesi è necessaria: quindi la più conveniente, quella cioè della esistenza di uno spazio quadridimensionale, è una ipotesi necessaria, come l'atomica, come quella delle vibrazioni dell'etere, ecc. »

Non ripeterò qui questi pretesi esperimenti, nè il modo col quale si spiegherebbero: e, quindi, senza essere costretti a pronunziare alcun giudizio sulla questione spinosa dello spiritismo, possiamo dire che alla soluzione del problema di questo è rimandata la *necessità* dell'ipotesi di una quarta dimensione. — In un modo diverso dal precedente, arriva il Dott. EDOARDO WEGENER (1) al concetto dello spazio tetradimensionale.

Wegener C

Supponiamo (2) d'avere una sorgente di forza, la quale produca delle vibrazioni, succedentisi da prima lentamente ma poi sempre più rapide in modo da arrivare in ultimo, seguendo una progressione regolare a bilioni e quadrilioni di vibrazioni al minuto secondo. Stabiliamo ancora che questa sorgeute di forza lavori costantemente, p. es. che dia in ogni secondo un lavoro tale da alzare uu chilogrammo all'altezza di un metro. Tutta questa forza viene impiegata per produrre le suddette vibrazioni che si succedono sempre più rapidamente.

Ora fino a tanto che queste oscillazioni saranno lente, noi le vedremo, o le potremo percepire singolarmente come tali. Ma ciò non ci riuscirà più allorchè queste oscillazioni saranno divenute più rapide. — Tosto che vi

(1) E. WEGENER. *Zum Zusammenhang von Sein und Denken.* Lipsia 1879.

(2) Op. cit. p. 5 e seg.

saranno 32 oscillazioni al secondo noi udremo il suono più basso che può percepire il nostro orecchio, provenire dal punto dove lavora la sorgente dinamica. Questo suono col succedersi sempre più spesso delle vibrazioni, diverrà sempre piu acuto, percorrerà tutti i toni della nostra gamma, per svanire, da ultimo, col più acuto suouo percettibile, facendo 38,000 vibrazioni al secondo. Poi non percepiremo più nulla, per un certo lasso di tempo. Eppure potremo essere persuasi che la sorgente di forza produrrà come prima, costantemente, un chilogrammetro di lavoro al secondo; si espanderanno ancora irradiazioni ondulatorie: ma noi non abbiamo un senso per percepirle.

Di recente fu emessa l'ipotesi, che ad una data frequenza di vibrazioni, un elettroscopio dovrebbe segnar un'azione elettrica, partente da quel punto. Ma questa è rimasta una semplice supposizione. — Però, dopo un certo tempo, quando le vibrazioni si succederanno già a bilioni per secondo, noi sentiremo l'effetto del calore, che verrebbe dalla sorgente dinamica. A 392 bilioni di vibrazioni al secondo, vedremo improvvisamente risplendere una luce rossa, nel punto ove lavora la nostra macchina. La stessa luce cangerà tutti i colori dell'iride, per scomparire come luce violetta. Le vibrazioni saranno salite al numero di 750 bilioni per secondo. Da questo momento in poi noi non percepiremo più nulla: ma pure col mezzo di una macchina fotografica potremo avere la prova che dalla fonte data, partono raggi in forma di ondulazioni; il cangiamento subitaneo che osserveremo sulla piastra fotografica, ci mostrerebbe che la stessa venne colpita dai raggi provenienti da quel punto, i quali esercitano una

influenza chimica sulla stessa (1). Ma presto cesserebbe anche ciò. I nostri mezzi fisici, come i sensi, non ci potrebbero più prestare alcun servizio.

Ciò non pertanto noi dobbiamo essere persuasi che come prima quella sorgente di forza continua a lavorare, che produce, in ogni secondo, un lavoro tale, che se lo adoperassimo, sarebbe in grado di alzare un chilogrammo all'altezza di un metro. Questo fatto, per quanto celeri divenissero le oscillazioni, resterebbe: dalla sorgente dinamica si propagherebbero continuamente ondulazioni verso tutte le parti dello spazio. E benchè noi non le potremmo percepire, esse dovrebbero in una qualunque forma di forze, essere conservate nel *cosmos*.

Ora si sa che quanto più presto si succedono le vibrazioni, tanto più si restringono le lunghezze dell'onda, tanto più particelle d'etere — per un dato tempo — restano fuori delle lunghezze dell'onda. Ora facendo oscillare il detto centro di forza sempre e sempre più velocemente, niente c'impedisce di ammettere ultimamente che le vibrazioni dell'atomo etereo *a* — centro della forza — sieno tanto preste, da dover cader fuori delle rispettive lunghezze dell'onda anche l'ultima particella dell'etere, cioè che il moto non arrivi nemmeno alla prossima. O, in altre parole, possiamo pensare in fine le oscillazioni tanto inestimabilmete celeri, che le rispettive lunghezze dell'onda sieno per divenire minori di $^1/_2$ distanza fra due atomi dell'etere. In tal caso che avverrebbe?

(1) Alcuni insetti, p. es. il *Lasius niger*, la *Formica fusca*, percepirebbero, secondo Lubbhock, più di noi, ancora gli effetti luminosi dei raggi ultravioletti.

È chiaro che non si potrebbe parlare più di un moto ondulatorio, perchè questo commovimento dell'atomo *a* non arriverebbe al suo atomo adiacente; quindi non si potrebbe propagare. Non si comunicherebbe. — In questo atomo scomparirebbe, pel nostro mondo, un chilogramma di forza viva al secondo: ma pure questa forza viva non dovrebbe scomparire del tutto dal mondo, giacchè ciò contraddirebbe al principio della conservazione delle forze e a quello di causalità: perchè si darebbero cause senza effetti. Non rimane adunque altra conclusione che questa:

« Tutta la forza, fornita ad ogni secondo, si addentra nel punto, nell'atomo etereo, a cui viene immediatamente comunicata dalla sorgente dinamica. Questo stesso punto si scuote, in un certo modo, sotto la propria impressione: ma il circuito della sua sfera d'azione verso l'esterno rimane completamente immoto. Non si può dunque parlare d'un movimento, o più tosto si può dire che il moto è divenuto *immaginario* ».

Più tardi l'autore definisce come la quarta dimensione dello spazio il luogo occupato dalla forza immersa in questo punto; e conclude (1) ancora che nel movimento immaginario, agendo l'atomo etereo *a* su se stesso; cioè identificandosi contemporaneamente in soggetto ed oggetto, tutta la forza si riduce ad un'attività interna, non materiale; si riduce ad una forza spirituale; per cui *a* diventa un elemento psichico, una coscienza.

Io riporto queste cose, lo ripeto, astenendomi da

(1) Op. cit p. 9.

qualunque giudizio in merito. Noto soltanto la concordanza di esse con l'opinione di Riemann, il quale supponeva « che in ogni atomo ponderabile entrasse una determinata quantità di materia e colà vi scomparisse per entrare nel mondo spirituale »; e lo considerava, quindi, come un punto d'entrata della quarta dimensione dello spazio tridimensionale; e la concordanza con l'idea dell'animazione di tutte le cose.

Queste idee, ancora, sono in fondo le stesse del filosofo inglese del XIII secolo, Henry More; alle quali abbiamo accennato in principio.

VI.

Si può concludere dicendo:

È possibile che esista una quarta dimensione dello spazio.

Forse in essa si nasconde ciò che, attualmente, ci sembra la quint'essenza delle cose, forse una forma più esplicita della psiche — in breve, una causa, che a noi miseri mortali poco veggenti, sembra inconoscibile, arcana, e di cui gli effetti si protendono, vongono a galla, come da un fondo misterioso, nel nostro mondo sensibile.

Allora i *mediums* sarebbero in vero i chiaroveggenti; e noi staremmo verso di loro come quei ciechi operati, che percependo solo superficie, credevano che il mondo fosse un continuo quadro smagliante di novissimi colori. E che non sapevano darsi ragione dell'improvviso cangiare di luce e d'ombra, dell'inaspettato modificarsi dei contorni

d'un oggetto, che, al tatto, sentivamo sempre l'eguale; e come in una fantasmagoria, vedevamo dilungarsi e sformarsi in guise strane, a seconda della posizione che prendevano rimpetto ad esso.

Ma un bagliore inaspettato venne a diradare le tenebre di questo paradossale mistero. Essi scopersero la terza dimensione, adattando le impressioni del tatto a quelle della vista; e le loro sensazioni si coordinarono su più vasta scala. Essi videro più addentro alle cose, nel *profondo*, e non *superficialmente* come prima. Il mondo dovette parere dilatarsi ai loro sguardi: proiettarono finalmente le immagini nello spazio, e la vôlta azzurrina del cielo si staccò lontana dai loro occhi e si slanciò nell'immensità, fino ad occupare quella sfera grandiosa che circonda tutta la visuale; anzichè essere uno sfondo sbiadito di un quadro aderente alle pupille.

Così noi, ora, tastando un oggetto, possiamo, oltre la superficie, sentirne anche il volume; ma pure ne sembra che vi sia qualche cosa d'impalpabile, di etereo, ciò che noi chiamiamo qualità intima della materia, che sfugge ai nostri sensi, troppo rozzi.

La percezione di una quarta dimensione apporterebbe certo molta luce su questi misteriosi fenomeni.

Osserviamo, da ultimo, che forse qualcuno ci vorrebbe obbiettare, che le conchiusioni ricavate da queste considerazioni non siano per avventura tali e sì importanti da giustificare il tempo e meritare la fatica impiegatavi. Crederemo di potergli rispondere che con l'aver posta la questione nei suoi giusti termini e con l'aver collegata la sua soluzione alla questione dello spiritismo, un certo

progresso è già stato fatto. Giacchè questo consiste appunto nel coordinare i fatti fra di loro e nell'esprimere nuove leggi sempre più vaste e feconde, le quali si deducono dalla loro somiglianza. E l'ignoto si spiega riannodandolo come effetto di cause conosciute e subordinandolo così ad una nuova e più vasta astrazione scientifica.

Roma, Novembre 1889.

Albino Nagy.